

УДК 532.5

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ  
ПОРИСТЫХ СМЕСЕВЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ  
МЕЛКОДИСПЕРСНОГО АЛЮМИНИЯ И ПЕРХЛОРАТА АММОНИЯ**

© 2005 г. Б. С. Ермолаев, А. А. Беляев, А. А. Сулимов

*Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва*

Поступила в редакцию 31.12.2003

Развитие взрыва при горении смесей перхлората аммония (ПХА) с тонкодисперсным алюминием до сих пор было предметом лишь экспериментальных исследований. Данная статья посвящена разработке теоретической модели и анализу результатов численного моделирования конвективного горения в двухкомпонентной смеси ПХА + алюминий. Модель получена путем модификации модели, использованной нами ранее для анализа конвективного горения и перехода горения в детонацию в однородных ВВ, и включает две экзотермические химические реакции (горение ПХА и горение алюминия в продуктах горения ПХА). Скорости реакций выражаются с помощью феноменологических законов горения. Модель формально может быть расширена на тройные смеси ПХА + полимерное горючее + алюминий. Для этого композицию ПХА + полимерное горючее следует принять в качестве моноплива и использовать ее характеристики вместо соответствующих характеристик ПХА. Расчеты проведены применительно к горению в условиях стандартной манометрической бомбы. По результатам расчетов рассмотрены особенности конвективного горения смесевых систем на основе ПХА и алюминия и проанализировано влияние основных свойств системы на характеристики горения. Результаты расчетов качественно воспроизводят имеющиеся экспериментальные наблюдения.

**ВВЕДЕНИЕ**

Взрывоопасность порошкообразных смесей на основе перхлората аммония была предметом интенсивных исследований в 60–70-е годы в связи с получением смесевых твердых ракетных топлив (СТРТ). По сравнению с мощными бризантными ВВ эти смеси обладают заметно более высокой склонностью к срыву устойчивого послойного горения и прониканию горения в поры заряда (возникновению конвективного горения) [1, 2]. Добавка мелкодисперсного алюминия еще более повышает опасность развития взрыва при поджигании, обнаруживая ряд нетривиальных эффектов при изменении соотношения компонентов, размера частиц и пористости заряда [3, 4].

Публикации относительно условий возникновения и развития конвективного горения в смесях перхлората аммония и алюминия ограничиваются экспериментальной работой [4], выполненной с использованием манометрической бомбы. Теоретические исследования до сих пор не проводились, хотя теоретические модели и компьютерные программы использовались для анализа конвективного горения и перехода горения в детонацию в однородных ВВ и зерновых порохах, покрытых тонкими пленками инертного ингибитора горения [5, 6].

Данной работой мы делаем первый шаг, чтобы закрыть этот пробел.

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
И КОМПЬЮТЕРНАЯ ПРОГРАММА**

Моделирование конвективного горения осуществляется в рамках физического подхода, который опирается на механику двухфазных реагирующих сред [7]. Ниже представлены одномерная теоретическая модель и компьютерная программа, которые предназначены для анализа конвективного горения в двухкомпонентной смеси перхлората аммония (ПХА) с алюминием. Модель получена путем модификации модели [6], использованной нами ранее для анализа конвективного горения и перехода горения в детонацию в однородных ВВ, и включает две экзотермические химические реакции (горение ПХА и горение алюминия в продуктах горения ПХА). Скорости реакций выражаются с помощью феноменологических законов горения. Модель формально может быть расширена на тройные смеси ПХА + полимерное горючее + алюминий. Для этого композицию ПХА + полимерное горючее следует принять в качестве моноплива и использовать ее характеристики вместо соответствующих характеристик ПХА.

**Основные положения модели**

1. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Цилиндрический заряд заданной длины, изготовленный прессованием из однородной смеси

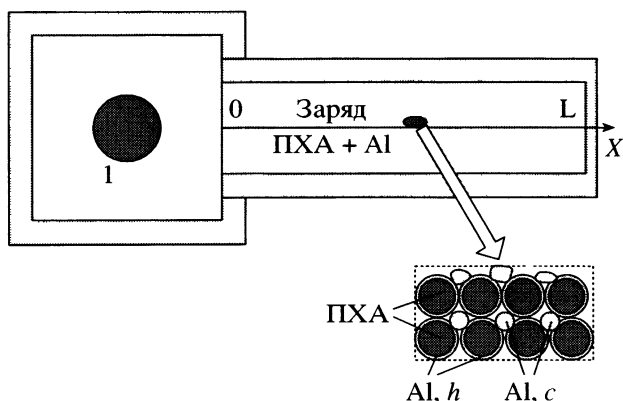


Рис. 1. Схема задачи и структура заряда: 1 – воспламенитель.

ПХА/алюминий, размещается в канале зарядной камеры. Один из торцов заряда закрыт заглушкой, другой торец открыт и сообщается с полостью, в которой размещается воспламенитель.

2. Исследуемый заряд представляет собой пористое тело, механическое поведение которого отличается гистерезисом в зависимости от знака деформаций. При сжимающих нагрузках заряд рассматривается как идеально пластическое тело, при растягивающих нагрузках, превышающих заданную предельную величину, заряд способен к диспергированию.

3. Структура заряда. Структурообразующий элемент – частицы ПХА средним диаметром  $d_{к0}$ . Частицы алюминия (последние – либо чешуйки толщиной около 1 мкм, либо сферические частицы средним диаметром несколько микрон) гораздо меньше по размерам и покрывают частицы ПХА тонким равномерным слоем. Часть алюминия собирается в конгломераты, размещаясь между частицами ПХА. Задается доля алюминия в конгломератах, затем вычисляются эффективная толщина слоя алюминия, покрывающего частицы ПХА, и размер конгломератов.

4. Реагирующая смесь включает 5 компонентов: ПХА (индекс “k”), алюминий двух сортов (те, что покрывают слоем частицы ПХА (индекс “Al, h”), и те, что образуют конгломераты (“Al, c”), а также газообразные продукты горения (“g”) и дисперсный продукт окисления алюминия (“pr”). Предполагается, что ПХА способен к автономному горению. Частицы алюминия окисляются газообразными продуктами горения ПХА в режиме диффузионного горения.

5. В газовой фазе дополнительно вводится переменная величина ( $Y_{ox}$ ), которая используется при расчете скорости горения частиц алюминия. Эта переменная равна массовой доле кислорода, содержащегося в тех продуктах горения ПХА, которые участвуют в окислении алюминия. Хотя

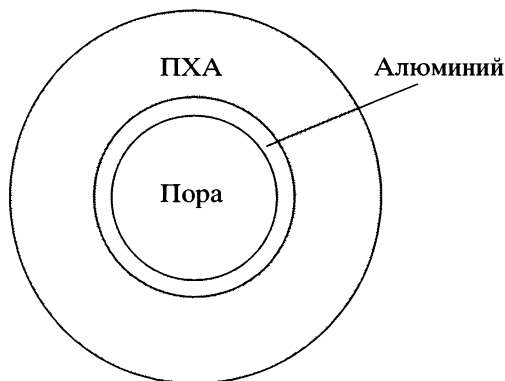


Рис. 2. Элементарная цилиндрическая ячейка для расчета нагрева и воспламенения поверхности пор на мезоуровне.

состав газообразных продуктов (и, следовательно, их свойства) изменяется как в зависимости от доли сгоревшего ПХА, так и по мере окисления алюминия окисляющими компонентами, в данной модели принято упрощающее предположение, что всем свойствам газа, кроме содержания кислорода, приписываются постоянные осредненные значения.

6. Продукты горения частично оттекают в полость зарядной камеры, а частично проникают по порам в глубину заряда. Продукты горения, проникшие в поры, нагревают поверхность пор, вызывая воспламенение и горение ПХА и алюминия. Количество тепла, поступающего из газа в твердую фазу, вычисляется с помощью известных полуэмпирических формул, связывающих коэффициент теплопередачи с параметрами течения и температурами газа и поверхности пор через обобщенные числа Нуссельта и Рейнольдса. При анализе воспламенения следует принять во внимание, что поверхность пор либо полностью, либо в значительной степени покрыта тонким слоем алюминия. По сравнению с ПХА алюминий обладает очень высокой теплопроводностью. Поэтому если частица ПХА к моменту воспламенения успеет прогреться лишь в тонком слое вблизи поверхности поры, то алюминий прогревается во всей массе, окружающей пору. Чтобы рассчитать нагрев твердой фазы и моменты воспламенения ПХА и алюминия, в каждой точке по длине заряда рассматривается двухслойная цилиндрическая ячейка, которая показана на рис. 2. В своде ячейки, состоящем из слоев алюминия и ПХА, анализируется уравнение теплопроводности, для которого на границе с газовым ядром ячейки записывается соответствующее граничное условие третьего рода. Размеры ячейки и ее элементов определяются исходя из диаметра частиц ПХА, пористости заряда и соотношения компонентов с помощью известных формул. На стадии конвективного нагрева тепло от газа поступает в слой частиц алюминия

и от него в ПХА. В силу высокой теплопроводности алюминия нагрев его слоя можно рассматривать в приближении однородной (по слою) температуры.

7. Стадия инертного нагрева завершается, когда на поверхности поры достигается температура воспламенения ПХА ( $T_{ig,k}$ ). При выборе величины  $T_{ig,k}$  мы использовали имеющиеся данные по температуре поверхности к-фазы при послойном горении ПХА и композиций на его основе (500–600°C согласно [8]). Горение ПХА происходит в форме регрессии по поверхности пор в соответствии с эмпирическим законом послойного горения. Условия воспламенения алюминия различаются в зависимости от размера частиц. Согласно литературным данным [8, 9], при послойном горении рассматриваемых композиций частицы алюминия субмикронного и микронного размеров воспламеняются на поверхности конденсированной фазы (по-видимому, из-за растрескивания пленки окисла), и реакции окисления алюминия дают вклад в суммарное тепловыделение в этой фазе. Таким образом, для таких частиц температуру воспламенения  $T_{ig,Al}$  можно принять равной температуре воспламенения ПХА. Более крупные частицы алюминия при послойном горении воспламеняются на некотором расстоянии над поверхностью конденсированной фазы. Для этих частиц температура воспламенения близка к температуре плавления алюминия [8]. Горение частиц алюминия происходит согласно эмпирическому закону, в котором учтены эффекты содержания кислорода в окружающем газе и конвективного движения. Размер горящих частиц из-за эффекта агломерации может отличаться от исходного размера и быть разным для частиц из слоя и конгломератов.

8. Оксид алюминия в форме  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$  образуется в виде мелкодисперсных частиц, температура и скорость движения которых принимаются равными температуре и скорости движения газов.

9. Горение заряда инициируется срабатыванием газового воспламенителя, размещаемого в полости, которая примыкает к открытому торцу заряда. Горение воспламенителя задается массо- и энергоприходом, которые принимаются известными функциями времени.

#### Уравнения модели в одномерном приближении

Введем следующие обозначения:  $\rho$  – плотность,  $e$  – внутренняя энергия,  $P$  – давление,  $U$  – скорость течения,  $\phi$  – объемная доля компонента смеси,  $t$  – время,  $x$  – координата вдоль заряда.

Общие уравнения сохранения могут быть записаны в следующем виде. Уравнения непрерывности компонентов для газовой фазы, ПХА, алю-

миния двух сортов ( $i = h, c$ ), оксида алюминия и кислорода в газовой фазе, соответственно:

$$\begin{aligned} \partial(\rho_g \phi_g) / \partial t + \partial(\rho_g \phi_g U_g) / \partial x &= \\ &= M_k - g_1(M_{Al,h} + M_{Al,c}), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\partial \phi_k / \partial t + \partial(U_k \phi_k) / \partial x = -M_k / \rho_k, \quad (2)$$

$$\partial \phi_{Al,i} / \partial t + \partial(U_k \phi_{Al,i}) / \partial x = -M_{Al,i} / \rho_{Al}, \quad (3)$$

$$\partial \phi_{pr} / \partial t + \partial(U_g \phi_{pr}) / \partial x = g_2(M_{Al,h} + M_{Al,c}) / \rho_{pr}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \partial(\rho_g \phi_g Y_{ox}) / \partial t + \partial(\rho_g \phi_g U_g Y_{ox}) / \partial x &= \\ &= Y_k^0 M_k - g_1(M_{Al,h} + M_{Al,c}). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $g_1$  и  $g_2$  – стехиометрические коэффициенты реакции окисления алюминия, а плотности конденсированных компонентов приняты постоянными.

Уравнения сохранения количества движения компонентов для газа вместе с оксидом алюминия:

$$\begin{aligned} \partial[(\rho_g \phi_g + \rho_{pr} \phi_{pr}) U_g] / \partial t + \partial[(\rho_g \phi_g + \rho_{pr} \phi_{pr}) U_g^2] / \partial x + \\ + (\phi_g + \phi_{pr}) \partial P / \partial x = [M_k + M_{Al,h} + M_{Al,c}] U_k - F, \end{aligned} \quad (6)$$

и ПХА вместе с алюминием двух сортов:

$$\begin{aligned} \partial[(\rho_k \phi_k + \rho_{Al} \phi_{Al}) U_k] / \partial t + \partial[(\rho_k \phi_k + \rho_{Al} \phi_{Al}) U_k^2] + \\ + \sigma_k(\phi_k + \phi_{Al}) / \partial x + (\phi_k + \phi_{Al}) \partial P / \partial x = \\ = F - (M_k + M_{Al,h} + M_{Al,c}) U_k, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\phi_{Al} = \phi_{Al,h} + \phi_{Al,c}$ .

Уравнения сохранения энергии для газа вместе с оксидом алюминия:

$$\begin{aligned} \partial(\rho_g \phi_g E_g + \rho_{pr} \phi_{pr} E_{pr}) / \partial t + \\ + \partial[(\rho_g \phi_g E_g + \rho_{pr} \phi_{pr} E_{pr}) U_g] / \partial x + \\ + \partial[P U_g (\phi_g + \phi_{pr})] / \partial x + P \partial(\phi_g + \phi_{pr}) / \partial t = \\ = -F U_k + Q_k + Q_{Al}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь полная энергия для газа в соответствии с формулой  $E_g = e_g + U_g^2/2$  определяется из уравнения состояния в виде

$$P = \rho_g e_g (\gamma - 1) / (1 - \rho_g V_0), \quad (9)$$

где использованы константы:  $\gamma$  – показатель политропы и  $V_0$  – коволюм. Энергия оксида алюминия находится в предположении, что частицы оксида и газ имеют одинаковую температуру и скорость течения. При вычислении температуры газа его теплоемкость принимается постоянной.

Общие уравнения замыкаются тождеством

$$\phi_g + \phi_{Al,h} + \phi_{Al,c} + \phi_{pr} + \phi_k = 1, \quad \phi_i \geq 0. \quad (10)$$

Источники массы, количества движения и энергии, которые входят в правые части уравнений (1)–(8), могут быть записаны в следующем виде. Интенсивности межфазного обмена массой,

связанного с горением ПХА и алюминия двух сортов ( $i = h, c$ ):

$$M_k = \begin{cases} 0, & T_{ks} < T_{ig,k}, \\ \rho_k A_{sk} u_{pk}, & T_{ks} \geq T_{ig,k}, \end{cases} \quad (11)$$

$$M_{Al,i} = \begin{cases} 0, & T_{ks} < T_{ig,Al}, \\ \rho_{Al} A_{sAl,i} u_{pAl,i}, & T_{ks} \geq T_{ig,Al}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь  $T_{ks}$  – температура на поверхности поры, а удельная поверхность горения и диаметр частиц ПХА и алюминия ( $l = k; Al, h; Al, c$ ) определяются формулами

$$A_{sl} = 6\phi_l/d_l, \quad (13)$$

$$\partial d_l/\partial t + U_k \partial d_l/\partial x = -2u_{p,l}, \quad d_l \geq 0. \quad (14)$$

Скорость послойного горения ПХА (с двумя наборами коэффициентов  $b, v$  для двух диапазонов давления) равна  $u_{pk} = bP^v$ . Для вычисления скорости горения частиц алюминия используется следующий подход. Исходная позиция включает экспериментальные данные по временам сгорания дисперсного алюминия, введенного в состав ракетного топлива [8], в виде  $t_b = d_{Al,0}^n/K$ , где эмпирические константы  $n = 1.5-2$  и  $K = C_1 Y_{ox}$ , и обобщенную формулу Срезневского для изменения диаметра горячей частицы алюминия во времени:

$$d_{Al}^n = d_{Al,0}^n - Kt. \quad (15)$$

Дифференцируя (15), для скорости горения алюминия окончательно получим

$$u_{Al,i} = -(d_{Al,i})'/2 = \frac{C_1 Y_{ox}}{2nd_{Al,i}^{n-1}}. \quad (16)$$

Интенсивность межфазного трения при течении продуктов горения в порах равна

$$F = A_{sk} \rho_g (U_g - U_k) |U_g - U_k| (b_1 + b_2/Re). \quad (17)$$

Здесь  $b_1$  и  $b_2$  – эмпирические константы, а число Рейнольдса для течения в порах

$$Re = 4(\rho_g \phi_g + \rho_{pr} \phi_{pr}) |U_g - U_k| / A_{sk} \mu_g \quad (18)$$

( $\mu_g$  – вязкость газа) записано с учетом формулы (13) и известной формулы, дающей связь между диаметром частиц и диаметром пор в двухфазной среде:

$$d_p = (2/3)\phi_g d_k / \phi_k = 4\phi_g / A_{sk}. \quad (19)$$

Интенсивность межфазного обмена энергией, связанного с горением ПХА:

$$Q_k = \begin{cases} 0, & T_{ks} < T_{ig,k}, \\ M_k (e_{pk} + c_k T_0 + P/\rho_k + U_k^2/2), & T_{ks} \geq T_{ig,k}, \end{cases} \quad (20)$$

где  $e_{pk}$  – теплота сгорания ПХА.

Интенсивность межфазного обмена энергией при нагреве и горении алюминия:

$$Q_{Al} = \begin{cases} -A_{sk} \alpha_s (T_g - T_{ks}), & T_{ks} < T_{ig,Al}, \\ \sum_i M_{Al,i} (e_{pAl} + c_{Al} (T_{ig,Al} - T_0) + Q_m + U_k^2/2), & T_{ks} \geq T_{ig,Al}, \end{cases} \quad (21)$$

где  $Q_m$  – теплота плавления и  $\alpha_s = \lambda_g Nu/d_p$  – коэффициент теплообмена. Последняя формула включает  $\lambda_g$  – коэффициент теплопроводности газа и число Нуссельта. Его можно записать в виде формулы, включающей число Рейнольдса и две эмпирические константы:  $Nu = b_3 Re^{0.7}$ .

Формулы для источников имеют переключатели, которые срабатывают, когда на поверхности пор в результате конвективного нагрева достигаются пороговые значения температуры. Чтобы определить нужные моменты времени, анализируется элементарная пространственная ячейка, изображенная на рис. 2. Размеры ячейки и толщины слоев алюминия и ПХА определяются диаметром пор, пористостью и объемными долями компонентов в исходном состоянии. Нагрев свода ячейки, как это принято (см., например, [5]), описывается уравнением теплопроводности с начальными и граничными условиями, задаваемыми на поверхности канала и внешней границе ячейки. Однако этот путь, будучи осуществлен, приводит к большим затратам машинного времени, и мы заменили его более экономным приближенным интегральным подходом. Введем новую величину – тепловой запас к-фазы,  $q$  (Дж/м<sup>2</sup>), который подчиняется следующему уравнению:

$$\partial q/\partial t + U_k \partial q/\partial x \equiv q' = \alpha_s (T_g - T_{ks}). \quad (22)$$

Здесь  $T_{ks}$  – температура на внутренней границе ячейки (на поверхности поры). На стадии нагрева до воспламенения ПХА тепловой запас распределяется на ПХА ( $q_k$ ) и алюминий в слое ( $q_{Al}$ ). Введем коэффициент  $k_{Al,c}$ , который учитывает, что часть тепла уходит в конгломераты частиц алюминия. (Его величину можно оценить как отношение удельной поверхности конгломератов к удельной поверхности частиц ПХА, но в данной модели он задан как постоянная величина.) Соответственно,

$$q_k = q(1 - k_{Al,c}) + q_{Al}. \quad (23a)$$

В силу того, что теплопроводность алюминия существенно выше, чем у ПХА, а размеры частиц алюминия много меньше размера частиц ПХА, вводится упрощающее предположение, что температура алюминия равна температуре поверхности поры. Отсюда следует, что

$$q_{Al} = h_{Al} \rho_{Al} c_{Al} (T_{ks} - T_0). \quad (23b)$$

Здесь  $h_{Al}$  – толщина слоя частиц алюминия вокруг частицы ПХА. При определении взаимосвязи между  $q_k$  и температурой поверхности поры полезно использовать тот результат, что к моменту воспламенения ПХА прогревается лишь небольшая часть свода ПХА, примыкающая к поверхности поры. Поэтому можно воспользоваться решением для задачи о прогреве бесконечно толстого слоя, которая имеет следующее решение в интегральном виде:

$$T_{ks}(x, t) = \frac{1}{(\pi \lambda_k \rho_k c_k)^{1/2}} \int_0^t \frac{q'_k(x, \eta) d\eta}{(t - \eta)^{1/2}}.$$

Пользуясь этой формулой, для процедуры пошаговых вычислений с малым шагом  $dt$  в предположении, что за промежуток  $dt$  величина  $q'_k$  может быть принята постоянной, окончательно получим

$$T_{ks}(x, t + dt) = T_{ks}(x, t) + \frac{2q'_k(x, t)\sqrt{dt}}{(\pi \lambda_k \rho_k c_k)^{1/2}}. \quad (24)$$

Итак, формулы (22)–(24) составляют замкнутую систему для расчета температуры поверхности поры  $T_{ks}$  до момента воспламенения ПХА.

Если алюминий воспламеняется при более высокой температуре, чем ПХА, то после воспламенения ПХА дальнейший прирост теплового запаса к-фазы ячейки связан с прогревом и плавлением слоя алюминия. Введем следующие обозначения:  $q^{AP}$  – величина запаса тепла в момент воспламенения ПХА,  $\Delta q_1 = h_{Al} \rho_{Al} c_{Al} (T_m - T_{ig,k})$  – изменение запаса тепла, связанного с нагревом слоя алюминия от температуры воспламенения ПХА до температуры плавления алюминия, а  $\Delta q_2 = h_{Al} \rho_{Al} Q_m$  – изменение запаса тепла, связанного с плавлением алюминия. Тогда окончательно получим

$$T_{ks} = \begin{cases} T_{ig,k} + (q - q^{AP}) / (h_{Al} \rho_{Al} c_{Al}), & q^{AP} \leq q < q^{AP} + \Delta q_1, \\ T_m, & q^{AP} + \Delta q_1 \leq q < q^{AP} + \Delta q_1 + \Delta q_2, \\ T_m + (q - q^{AP} - \Delta q_1 - \Delta q_2) / (h_{Al} \rho_{Al} c_{Al}), & q > q^{AP} + \Delta q_1 + \Delta q_2. \end{cases} \quad (25)$$

Формула (25) используется до момента воспламенения алюминия, пока

$$T_{ks} \leq T_{ig,Al}. \quad (26)$$

Что происходит в конгломератах, мы отдельно не анализируем, предполагая, что воспламенение частиц алюминия в ячейке немедленно вызывает горение частиц в конгломератах.

При срабатывании воспламенителя, размещенного в полости зарядной камеры, а затем и в ходе конвективного горения образующиеся газы воздействуют на исследуемый заряд, вызывая в нем сжимающие напряжения. В модели предполагается, что при сжимающих напряжениях пористый заряд ведет себя, как идеально пластическое тело. Предел текучести заряда  $\sigma_0$  задан известной функцией пористости заряда. При нагрузках, меньших  $\sigma_0$ , мы пренебрегаем упругими деформациями и принимаем, что  $U_k \equiv 0$ . На начальной стадии процесса, пока максимальное давление приходится на открытый торец заряда, примыкающий к полости, на всей длине заряда действуют сжимающие напряжения. По мере распространения фронта пламени по длине заряда максимум давления отходит от торца в глубь заряда. В результате у открытого торца возникает зона, в которой действуют растягивающие напряжения.

Под действием растягивающих напряжений заряд сохраняет целостность до определенного предела ( $\sigma_t$ ), при достижении которого происходит диспергирование заряда. Условие начала диспергирования можно записать в следующем виде: максимальное растягивающее напряжение (значение в точке минимума на распределении межгранулярного напряжения) достигает предельной величины

$$-\sigma_{min} = \sigma_t. \quad (27)$$

После срабатывания этого условия в глубь заряда начинает перемещаться граница  $X_d$ , справа от которой сохраняется условие неподвижности твердой фазы, а слева располагается диспергированный слой, в котором частицы твердой фазы могут двигаться вместе с газами, выносящими их в полость. Координата границы этого слоя определяется условием (27). В диспергированном слое межгранулярное напряжение, вызванное взаимным столкновением диспергированных частиц, задано уравнением

$$\sigma = \sigma_d (\phi_k + \phi_{Al})^{1/2}, \quad (28)$$

где  $\sigma_d$  – константа.

Полость, в которую попадают оттекающие газы и диспергируемые частицы смеси, рассматривается как реактор полного смешения. Переменные, определяющие реагирующую смесь в полости, обозначим верхним индексом “v”, а параметры на границе полости ( $x = 0$ ) – верхним индексом “T”. Предполагается, что частицы ПХА и алюминия, попавшие в полость после диспергирования, горят с начальной скоростью, которая определяется значениями диаметров частиц, которые они имели, пересекая границу полости.

Параметры газовой фазы определяются уравнением состояния (9), а также уравнениями сохранения массы и энергии газа в полости:

$$d(\rho_g^v \phi_g^v)/dt = -J_g^T/L_v + m_{ign} + m_k - g_1 \sum_i m_{Al,i}, \quad (29)$$

$$d(\phi_g^v e_g^v \rho_g^v)/dt = -[J_g^T(h_g^T + (U_g^T)^2)]/L_v + e_{p,ign} m_{ign} + e_{pk} m_k + (e_{pAl} - e_g^v c_{pr}/c_v) \sum_i m_{Al,i}. \quad (30)$$

Здесь  $L_v$  – отношение объема полости к площади торца заряда;  $J_g^T = -\phi_g^T \rho_g^T U_g^T$  – плотность потока массы газа, втекающего в полость через торец заряда;  $m_{ign}$ ,  $m_k$  и  $m_{Al,i}$  – массоприход, связанный со сгоранием воспламенителя (он задается в виде известной функции времени), ПХА и алюминия ( $i = h, c$ ). Наконец, в последнем члене уравнения (30) учтено, что частицы оксида алюминия имеют такую же температуру, как и газ.

Уравнение неразрывности для окисляющих газов и оксида алюминия имеет вид

$$d(\phi_g^v \rho_g^v Y_{ox}^v)/dt = -J_g^T Y_{ox}^T/L_v + Y_{ox}^o m_{ign} + Y_{ox}^o m_k - g_1 \sum_i m_{Al,i}, \quad (31)$$

$$d\phi_{pr}^v/dt = -\phi_{pr}^T U_g^T/L_v + g_2 \sum_i m_{Al,i}/\rho_{pr}, \quad (32)$$

где две константы с верхним индексом “o” в (31) есть начальные значения концентрации кислорода в окисляющих продуктах сгорания воспламенителя и ПХА.

Источники массы в полости вычисляются по формулам

$$m_{ign} = \rho_{ign} a_1 \exp[-a_2(t - t_c)^2], \quad (33)$$

$$m_k = A_{sk}^v \rho_k u_{pk}, \quad (34)$$

$$m_{Al,i} = A_{sAl,i}^v \rho_{Al} u_{pAl,i}. \quad (35)$$

Здесь в (33) для описания работы воспламенителя использованы 4 константы, которые подбираются эмпирически.

Частицы алюминия и ПХА, горящие в полости, распределены по размерам, так как, во-первых, разные частицы поступают в полость в разные моменты времени и могут иметь разные начальные размеры, а во-вторых, они находятся в полости и, следовательно, горят разное время. Изменение массы ПХА в полости складывается из его убыли за счет сгорания и притока за счет

диспергирования заряда. Соответствующее уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{d\phi_k^v}{dt} = -A_{sk}^v u_{pk} - \frac{\phi_k^T U_k^T}{L_v}. \quad (36)$$

Изменение удельной поверхности частиц ПХА в полости определяется двумя процессами таким образом, что уменьшение поверхности за счет горения компенсируется ее приростом за счет втекания новых порций диспергированных частиц. Чтобы оценить первый эффект, примем во внимание, что для монодисперсных частиц удельная поверхность пропорциональна числу частиц в единице объема и квадрату диаметра частиц:

$$A_{sk} = \pi N_k d_k^2. \quad (37)$$

Горение частиц вызывает изменение диаметра при неизменном числе частиц. Поэтому, дифференцируя (37), получим

$$A'_{sk} = -2\pi N_k d_k \cdot 2u_{pk} = -\frac{2u_{pk} A_{sk}^2}{3\phi_k}. \quad (38)$$

Экстраполируя эту формулу на случай полидисперсных частиц, окончательно получим

$$\frac{dA_{sk}^v}{dt} = -\frac{2u_p (A_{sk}^v)^2}{3\phi_k^v} - \frac{6U_k^T \phi_k^T}{d_k^T}. \quad (39)$$

Аналогичным образом выводятся уравнения для частиц алюминия каждого сорта в полости ( $i = h, c$ ):

$$\frac{d\phi_{Al,i}^v}{dt} = -A_{sAl,i}^v u_{pAl,i} - \frac{\phi_{Al,i}^T U_k^T}{L_v}, \quad (40)$$

$$\frac{dA_{sAl,i}^v}{dt} = -\frac{2u_{pAl} (A_{sAl,i}^v)^2}{3\phi_{Al,i}^v} - \frac{6U_k^T \phi_{Al,i}^T}{d_{Al,i}^T}. \quad (41)$$

Замыкается система уравнений в полости условием

$$\phi_g^v = 1 - \phi_k^v - \phi_{Al,h}^v - \phi_{Al,c}^v - \phi_{pr}^v. \quad (42)$$

Начальные и граничные условия соответствуют одномерному приближению для задачи об иницировании и горении цилиндрического заряда, помещенного в прочную оболочку с закрытым торцом и буферной камерой (полостью), присоединенной к открытому торцу заряда. Инициатор – воспламенительный состав – размещается в буферной камере.

В начальный момент времени ( $t = 0$ ) в заряде для  $0 \leq x \leq L$  имеем

$$U_g = U_k = Y_{ox} = \phi_{pr} = 0, \quad P = P_0, \quad T_g = T_{ks} = T_0, \\ X_d = 0, \quad d_k = d_{k0}, \\ d_{Al,c} = d_{Al,c0}, \quad d_{Al,h} = d_{Al,h0}, \quad \phi_g = \phi_0, \quad (43)$$

$$\phi_k = \phi_{k0}, \quad \phi_{Al, h} = \phi_{Al, h0}, \quad \phi_{Al, c} = \phi_{Al, c0}.$$

В полости при  $t = 0$  задаются условия  $P_v = P_0, e_v = c_v T_0$ , все остальные переменные имеют нулевые значения.

Граничные условия на закрытом торце заряда отвечают условию непроницаемости:

$$\text{при } x = L \quad U_g = U_k = 0. \quad (44)$$

Условия сопряжения на фронте диспергирования отвечают непрерывности всех переменных состояния и движения реагирующей смеси, кроме межгранулярного напряжения. Граничные условия на открытом торце заряда (между зарядом и полостью) приближенно воспроизводят выход трубки тока в объем и различаются в зависимости от направления движения реагирующей смеси. На начальной стадии после срабатывания иницирующего заряда горячие газы из полости втекают в заряд. В этом случае при  $x = 0$  имеем

$$P = P_v, \quad (45)$$

$$e_g [1 + \gamma(\gamma - 1)/2] + P/\rho_g = e_g^v + P_v/\rho_g^v. \quad (46)$$

Если реагирующая смесь вытекает в полость с дозвуковыми скоростями, то в качестве граничных условий используется только уравнение (45).

### Краткое описание компьютерной программы

Задача является сложной для численной аппроксимации и расчетов из-за сильной нелинейности, связанной с резким переключением источников и наличием нескольких процессов с различными временными и пространственными масштабами. Использован подход, который был нами опробован ранее в [5, 6]. Для разностной аппроксимации исходной системы уравнений в частных производных первого порядка использовался метод характеристик [10]. Схема имеет первый порядок точности по времени. Предварительно система уравнений была преобразована к векторной форме:

$$\partial Z/\partial t + A(Z)\partial Z/\partial x = B(Z), \quad (47)$$

где  $Z$  – 9-компонентный вектор,  $A(Z)$  и  $B(Z)$  – матрица и вектор-функция, которые получаются в результате преобразования исходных уравнений и явный вид которых мы здесь не приводим. Компонентами вектора  $Z$  служат следующие переменные и их комбинации:  $Z_1 = \rho_g \phi_g, Z_2 = \rho_g \phi_g U_g, Z_3 = \rho_g \phi_g E_g, Z_4 = U_k, Z_5 = Y_{ox}, Z_6 = \phi_k, Z_7 = \phi_{Al, h}, Z_8 = \phi_{Al, c}, Z_9 = \phi_{pr}$ . Остальные переменные:  $T_{ks}, \phi_g, d_k, d_{Al, h}, d_{Al, c}, P, q, \sigma$ , вычислялись как функции приведенных выше переменных-компонентов и независимых переменных.

Для того чтобы применить метод характеристик, необходимо вычислить собственные значения  $\lambda_k$  матрицы  $A(Z)$ . Уравнение для нахождения этих собственных значений (характери-

стическое уравнение) имеет вид полинома 9-й степени. В общем случае в явном виде можно определить только 5 корней (включая кратные). Чтобы найти остальные корни, необходимо решить соответствующее алгебраическое уравнение 4-й степени. Вывод этого уравнения из исходного характеристического уравнения с учетом пяти известных корней и его решение осуществлены с использованием пакета программ Mathematica 3. Зная собственные значения  $\lambda_k$  матрицы  $A(Z)$ , находили левый собственный вектор  $e$  этой матрицы и преобразовывали уравнение (47) к виду

$$e\partial Z/\partial t + \lambda e\partial Z/\partial x = eB(Z). \quad (48)$$

Здесь скалярные произведения  $eZ$  есть аналоги известных инвариантов Римана для уравнений газовой динамики.

Нелинейное уравнение (48) решалось численно с использованием неявной разностной схемы с матричной прогонкой. При этом пространственные производные расписывались с нижнего слоя, а итерировались только правые части.

Знание собственных значений матрицы  $A(Z)$  позволяет корректно учитывать граничные условия на левом торце заряда, который сообщается с полостью. Как известно [11], число краевых условий на границе расчетной области должно совпадать с числом положительных собственных значений, вычисленных в этой граничной точке. Это означает, что в левой граничной точке из системы (48) нужно оставить только уравнения, отвечающие неотрицательным собственным значениям, а остальные уравнения должны быть заменены краевыми условиями, которые задаются дополнительно. По ходу решения задачи число краевых условий может изменяться в зависимости от характера течения и, прежде всего, знака скоростей течения фаз.

Расчеты проводились на сетке, шаг которой по пространственной переменной ( $h$ ) адаптировался к решению таким образом, чтобы сетка автоматически сгущалась на участках больших градиентов основных переменных и становилась более редкой там, где переменные мало изменялись.

Шаг по времени выбирался автоматически в соответствии с критериями сходимости итераций с учетом условия

$$\left| \max_{i, x} \lambda_i(x) \right| \frac{\tau}{h} < 1, \quad (49)$$

где  $i = 1, \dots, 9$  – номер переменной (уравнения), а  $x$  указывает на то, что максимум определяется по всей расчетной области. Это условие обеспечивает устойчивость разностной схемы. Какие-либо процедуры для сглаживания решения не применялись.

Известно, что уравнения механики двухфазных реагирующих сред могут терять гиперболичность в определенных условиях (особенно легко –

при уменьшении содержания твердой фазы в смеси). Это приводит к появлению комплексных корней у характеристического уравнения и к невозможности продолжать вычисления. Исключить эту трудность и расширить области гиперболичности позволяло введение в уравнение количества движения диспергированной взвеси члена в виде (28), который отвечает за межгранулярные напряжения, возникающие при столкновении твердых частиц, взвешенных в газовой фазе.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Прежде чем приступить к рассмотрению результатов вычислений, отметим, что разрабатывая данную модель конвективного горения, мы стремились сделать ее как можно более простой, сохраняя при описании основных элементов процесса одинаковый уровень приближения, основанный на использовании полуэмпирических корреляций, и игнорируя, в частности, нестационарные эффекты, которые возможны при воспламенении и горении компонентов смеси. При существующем уровне знаний, когда требуется объяснить качественные свойства процесса и выделить параметры задачи, изменение которых вызывает существенный эффект, и отсутствуют систематические экспериментальные данные, которые могли бы быть использованы для обоснования и проверки модели, такой подход представляется вполне оправданным. Вопросы количественного сравнения расчетов с экспериментом и оценка предсказательной способности модели будут рассмотрены в последующих публикациях совместно с соответствующими экспериментальными данными.

Анализ модели и результаты предварительных расчетов высветили следующие проблемы. Прежде всего для расчетов необходимо задать большое количество входных параметров. Часть параметров, которые определяют теплофизические и термодинамические свойства компонентов, а также воспламенение и горение ПХА и алюминия, известны из литературных данных (хотя нередко с недостаточной точностью). Что касается тех параметров, которые определяют фильтрационные и механические свойства заряда, а также его структуру и дисперсность компонентов, то здесь необходимы соответствующие измерения на конкретных образцах, применительно к которым осуществляется численное моделирование.

Вторая проблема выявилась в ходе предварительных расчетов и связана с тем, что расчет варианта задачи идет с очень мелким шагом и занимает много машинного времени. Дело в том, что шаг по времени выбирается автоматически в соответствии с критерием (49) и изменяется пропорционально шагу по пространственной переменной, который в местах сгущения сетки вблизи фронта пламени не превышает несколько деся-

тых долей от диаметра частиц ПХА. Максимальная величина собственных значений матрицы, которая входит в критерий (49), в размерном виде близка к скорости звука в газе и по величине более чем на два порядка превышает скорость конвективного горения, особенно в случае частиц ПХА малого диаметра. В результате расчет одного варианта занимает несколько сотен тысяч итераций по времени.

Чтобы не испытывать трудностей с машинным временем при проведении серийных расчетов, в которых варьировали основные входные параметры задачи, мы ввели в модель два дополнительных упрощения, связанных с движением конденсированной фазы. Во-первых, мы пренебрегли движением, которое связано с уплотнением пористой массы перед фронтом пламени и возникает, когда давление в волне горения превысит предел текучести пористого заряда. Это упрощение оправдано, если рассматриваются заряды с пониженной начальной пористостью, и при умеренном перепаде давления вдоль заряда в волне горения. Кроме того, скорости газа и диспергированных частиц в зоне оттока позади фронта пламени приняты одинаковыми. Контрольные расчеты, выполненные с использованием полной версии модели, показали, что сделанные упрощения не вносят существенных изменений.

Рассмотрим результаты параметрического анализа. Расчеты проведены применительно к манометрической бомбе объемом 98 мл, заряду диаметром 1.2 см и воспламенителю из мелкодисперсного пороха, при сгорании которого в полости бомбы создается давление около 48 МПа за время около 3.5 мс. Основные параметры варианта, который принят условно в качестве базового: заряд пористостью 20% состоит из смеси 28 вес. % алюминия и 72 вес. % ПХА, размер частиц ПХА – 20 мкм и алюминия – 3.6 мкм,  $h_{Al} = 0.93$  мкм, температура воспламенения ПХА – 900 К, скорость горения  $U_p$  (см/с) =  $0.158 P$  (МПа)<sup>0.5</sup>. Горение алюминия начинается одновременно с воспламенением ПХА, эмпирические константы закона горения –  $n = 1.5$  и  $C_1 = 4.5 \cdot 10^{-3}$ . Результаты расчетов для базового варианта приведены на рис. 3–6.

Конвективное горение заряда начинается с задержкой приблизительно в 0.9 мс и проходит три фазы. На первой фазе конвективное горение заряда идет одновременно с горением воспламенителя, что обеспечивает более высокую скорость распространения пламени. Затем идет основная фаза, когда конвективное горение распространяется с постоянной или слабо возрастающей скоростью при монотонно повышающемся давлении в полости (в базовом варианте – 3.3–3.7 м/с и 20–25 МПа/мс, соответственно) и во фронте волны горения. На заключительной фазе скорость конвективного горения и темп роста давления резко



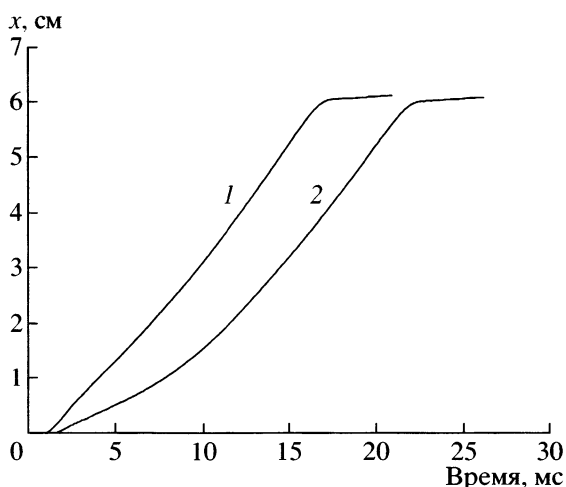


Рис. 3. Примеры траектории фронта пламени: 1 – базовый вариант; 2 – вариант 9 из таблицы.

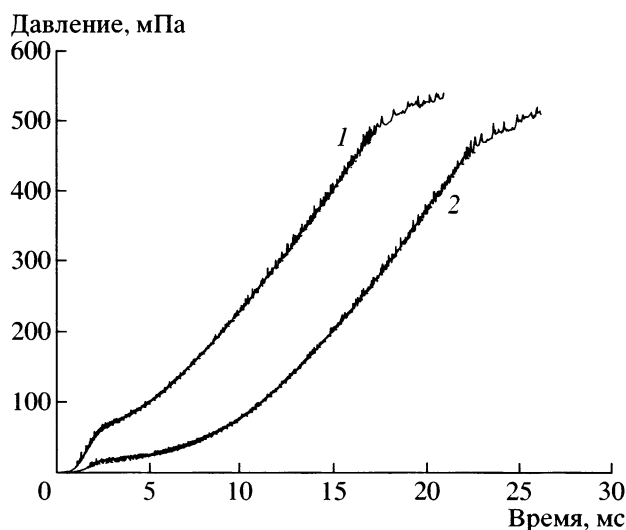


Рис. 4. Примеры диаграмм давление – время. Сплошные кривые – максимальное давление в волне цитриховые – давление в полости; 1 – базовый вариант, 2 – вариант 9 из таблицы.

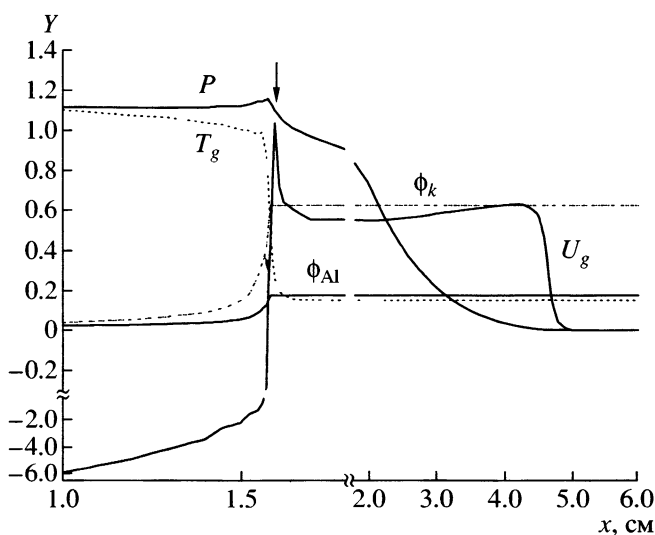


Рис. 5. Пространственная структура фронта волны. Базовый вариант, момент времени 5.74 мс. Стрелкой указано положение фронта пламени.

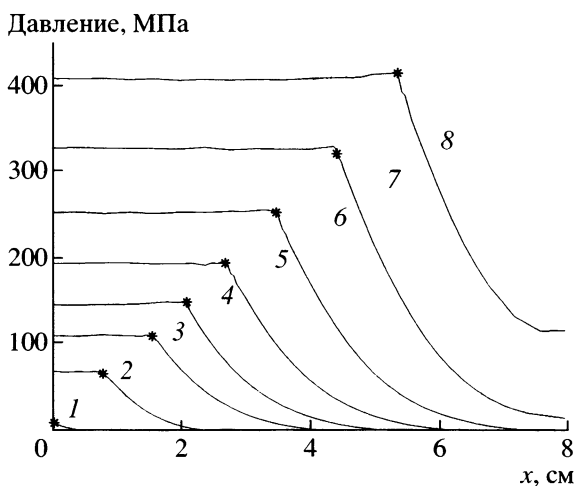


Рис. 6. Пример эволюции во времени пространственного профиля давления. Базовый вариант. Время в мс: 1 – 1.1, 2 – 3.3, 3 – 5.7, 4 – 7.2, 5 – 9.0, 6 – 10.9, 7 – 13.1, 8 – 15.3. Звездочкой указано положение фронта пламени.

снижаются из-за эффекта торможения, вызванного заполнением пор перед фронтом пламени газообразными продуктами горения.

Пространственная структура волны конвективного горения имеет привычный вид [5, 6]. На фронт воспламенения приходится максимум скорости газов. Спереди к фронту воспламенения примыкает узкая зона нагрева (толщиной менее 1 мм), в пределах которой поверхность пор нагревается до температуры воспламенения за счет энергии газов, втекающих в поры, а также гораздо более протяженная зона фильтрации. Перед-

няя кромка волны фильтрации имеет более высокую скорость, чем фронт пламени, и протяженность зоны фильтрации растет, пока кромка волны не достигнет закрытого торца заряда. Позади фронта пламени располагается зона горения. Продукты горения, образующиеся в этой зоне, частично движутся вперед, пересекая фронт пламени, однако большая часть продуктов движется в обратном направлении, оттекая в полость. Соответственно, вблизи фронта пламени располагается точка максимума давления и разделения потоков, в которой скорость течения га-

Сводные данные по влиянию основных параметров задачи на характеристики конвективного горения

| Вариант расчета | Варьируемые параметры                  | $W$ , м/с | $v_{CB}$ | $\frac{dP(0)}{dt}$ , МПа/мс | $U_g$ , м/с | $T_g$ , К |
|-----------------|--|-----------|----------|-----------------------------|-------------|-----------|
| Базовый вариант |  | 3.34      | 0.19     | 24                          | 10.1        | 1470      |
| 1               | $\phi_0 = 0.15$                        | 1.06      | 0        | 7.6                         | 6.2         | 1220      |
| 2               | $\phi_0 = 0.25$                        | 9.5       | 0        | 55.3                        | 24          | 1500      |
| 3               | $d_k = 40$ мкм,<br>$h_{Al} = 1.86$ мкм | 8.14      | 0        | 48.4                        | 22.7        | 1800      |
| 4               | $d_{Al} = 7.2$ мкм                     | 1.78      | 0.47     | 13.4                        | 10.7        | 1002      |
| 5               | $U_p \cdot 0.4$                        | 5.64      | 0        | 34.3                        | 19.7        | 1400      |
| 6               | ПХА/Al = 90/10                         | 4.25      | -0.12    | 15.4                        | 10.8        | 1190      |
| 7               | $Al_h + Al_c$                          | 5.0       | 0.11     | 30                          | 15          | 1192      |
| 8               | $L_{ign} \cdot 2$                      | 2.7       | 0        | 8.1                         | 8.7         | 1450      |
| 9               | $P_{ig}/4$                             | 3.0       | 0.28     | 21                          | 10.6        | 1490      |
| 10              | $T_{ig, Al} = 943$ К                   | 2.4       | 0.2      | 16                          | 14.2        | 1180      |
| 11              | ПХА + 5% ПС                            | 3.0       | 0.1      | 17.7                        | 12.6        | 1460      |

зов меняет знак. Из-за сравнительно низкой скорости конвективного горения и малого размера частиц ПХА последние сгорают в пределах узкого слоя толщиной около 1.5 мм, горение частиц алюминия завершается в пределах 8-миллиметрового слоя.

Эффекты, к которым приводит изменение основных параметров задачи относительно базового варианта, представлены в таблице. Во втором столбце указан варьируемый параметр и его величина. Далее даны скорость конвективного горения, показатель чувствительности скорости конвективного горения к изменению давления, темп роста давления в полости, а также скорость течения и температура газов во фронте пламени – все для основной фазы конвективного горения при давлении в полости, равном 100 МПа.

Расчетные варианты 1–3 демонстрируют заметное повышение скорости конвективного горения и темпа роста давления при увеличении пористости и размера частиц ПХА. Эффект определяется более высокими скоростями фильтрации газов в поры из-за более высокой газопроницаемости заряда. При увеличении размера частиц алюминия (вариант 4) скорость конвективного горения снижается вследствие более медленного выделения энергии при сгорании алюминия. Напротив, при уменьшении константы в законе скорости послойного горения ПХА (вариант 5) и, следовательно, при более медленном горении ПХА скорость конвективного горения и темп роста давления, как это ни удивительно, возрастают. Причина имеет газодинамическую природу и связана с тем, что из-за увеличения толщины слоя горящих частиц ПХА повышается фильтрационное сопротивление этого слоя. В результате не-

сколько возрастает количество (скорость) газов, проникающих из зоны горения в поры перед фронтом пламени, и тем самым интенсифицируется конвективный теплообмен.

При уменьшении содержания алюминия в смеси, очевидно, облегчается воспламенение ПХА и алюминия из-за снижения удельных затрат тепла на нагрев единичной массы смеси. В результате (вариант 6), несмотря на снижение темпа роста давления, вызванного уменьшением интенсивности горения алюминия, скорость конвективного горения увеличивается. Вариант 7 демонстрирует эффект, когда половина алюминия размещается в конгломератах между частицами ПХА, и, следовательно, эффективная толщина слоя алюминия, покрывающего эти частицы, уменьшается вдвое. Видно, что в этом случае увеличиваются как скорость конвективного горения, так и темп роста давления.

Чем выше скорость конвективного горения, тем, очевидно, с большим темпом растет давление в полости. Известно, однако, что рост давления в свою очередь влияет на скорость конвективного горения. Применительно к манометрической бомбе последний эффект можно оценить, изменяя либо объем бомбы, либо диаметр заряда. Как показывают результаты расчета (вариант 8), при двукратном увеличении объема бомбы, когда темп роста давления падает в 3 раза, скорость конвективного горения снижается всего на 20%. Наконец, при уменьшении мощности воспламенителя (вариант 9 в таблице, кривые 2 на рис. 3 и 4), к моменту, когда давление в полости достигло 100 МПа, скорость конвективного горения и темп роста давления оказались такими же, как и в базовом варианте.

Если горение алюминия начинается с некоторой задержкой после воспламенения ПХА, то процесс резко замедляется. Результаты расчета для варианта 10, в котором горение алюминия начиналось после достижения температуры плавления (943 К), иллюстрируют этот эффект.

Вариант 11 моделирует горение смеси, в которую введена добавка 5% мелкодисперсного полистирола. По сравнению с базовым вариантом плотность и теплота сгорания ПХА заменены на плотность 1.91 г/см<sup>3</sup> и теплоту сгорания 2.3 Мдж/кг смеси ПХА с полистиролом; температура воспламенения и скорость горения оставлены теми же. С учетом данных о составе продуктов горения величина  $Y_{ox}^0$  уменьшена до 0.49, а константа в законе скорости горения алюминия уменьшена в 3 раза, чтобы учесть более низкую активность H<sub>2</sub>O и CO, которые заменяют кислород в продуктах горения смеси. Результат расчетов таков: введение мелкодисперсного полимерного горючего несколько снижает скорость конвективного горения и темп роста давления.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитие взрыва при горении смесей ПХА с тонкодисперсным алюминием до сих пор было предметом лишь экспериментальных исследований. Разработаны теоретическая модель и компьютерная программа, которые позволяют численно моделировать конвективное горение в двухкомпонентной смеси ПХА + алюминий. Модель получена путем модификации модели, использованной нами ранее для анализа конвективного горения и перехода горения в детонацию в однородных ВВ, и включает две экзотермические химические реакции (горение ПХА и горение алюминия в продуктах горения ПХА). Скорости реакций выражаются с помощью феноменологических законов горения. Модель формально может быть расширена на тройные смеси ПХА + полимерное горючее + алюминий. Для этого композицию ПХА + полимерное горючее следует принять в качестве моноплива и использовать ее характеристики вместо соответствующих характеристик ПХА. Расчеты проведены применительно к горению в условиях стандартной манометрической бомбы. По результатам расчетов рассмотрены особенности конвективного горения смесевых систем на основе ПХА и алюминия и проанализировано влияние основных свойств системы на характеристики горения.

Несколько слов о сравнении с экспериментальными данными. В работах [3, 4] изучено развитие взрыва в мелкодисперсных смесях ПХА и алюминия с использованием методик трубки Андреева и измерения кривой давление–время в манометрической бомбе. Будем придерживаться естественной трактовки, что увеличению опасности взрыва отвечает конвективное горение с более высокой скоростью и более высоким темпом роста давления. Тогда выводы авторов о том, что более опасными являются смеси, содержание алюминия в которых снижено (по сравнению со стехиометрией) до 5–9%, и заряды с более высокой пористостью, находятся в качественном согласии с результатами расчетов. Расчеты воспроизводят и ряд других качественных наблюдений. Однако вопрос о количественном сопоставлении расчетов с экспериментом, в силу некоторых причин и, прежде всего, из-за недостаточной информации о начальных параметрах заряда, требует совместных расчетных и экспериментальных исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 03-03-32060).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беляев А.Ф., Боболев В.К., Коротков А.И. и др.* Переход горения конденсированных систем во взрыв. М.: Наука, 1973.
2. *Беликов Е.П., Храповский В.Е., Ермолаев Б.С., Сулимов А.А.* // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26. № 4. С. 101.
3. *Андреев К.К., Рогожников В.М.* // Теория взрывчатых веществ. М.: Высшая школа, 1967. С. 163.
4. *Андреев К.К., Рогожников В.М.* // Теория взрывчатых веществ. М.: Высшая школа, 1967. С. 176.
5. *Ермолаев Б.С., Сулимов А.А., Беляев А.А. и др.* // Хим. физика. 2001. Т. 20. № 1. С. 84.
6. *Ермолаев Б.С., Беляев А.А., Сулимов А.А.* // Хим. физика. 2004. Т. 23. № 1. С. 67.
7. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
8. *Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. и др.* Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972.
9. *Dokhan A., Price E.W., Seitzman J.M., Siegman R.K.* // 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Huntsville, Al. USA, 2003.
10. *Рожественский Б.Л., Яненко Н.И.* Системы квазилинейных уравнений и их применение в газовой динамике. М.: Наука, 1968.
11. *Годунов С.К.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971.